

# 太陽活動はダルトン極小期以降4回衰退した

杉谷 康雄\*

## Four Times Solar Activity Decline since the Dalton Minimum

Yasuo SUGITANI\*

\*ys1951@live.jp

(Received 2023 October 31; accepted 2023 December 1)

### 概要

太陽活動には、約11年の周期が存在しているが、その強さは周期によって大きく変動する。この周期の強さを、周期の始まりが分かった時点で予測する式を、旧バージョンの黒点相対数を使い、重回帰分析の手法を使って探してきた。そして二つの重回帰式を見つけたが、少なくともどちらかの式が、過去の全周期の強さをピンポイントで言い当てている。二つの式が存在する事から導かれる結論は、周期の強さを予測するという当初の目的とは異なる副産物ではあるが、太陽活動の衰退時期が特定できる事、活動衰退は予測可能である事、黒点相対数だけでは判断できない極めて弱い衰退が存在する事である。新バージョンの黒点相対数についても同様の2式が存在するので報告する。

### Abstract

Solar activity has a cycle of ~11 years, and its strength greatly varies depending on the cycle. I have been seeking for a formula that predicts the strength of this cycle once the beginning of the cycle is known using the old version of the relative sunspot numbers and multiple regression analysis techniques. Two multiple regression formulas have been discovered, and at least one of these pinpoints the strength of all past cycles. From these two formulas, the author concludes that while they are the byproduct of the objective of predicting the strength of the cycle, which differed from the original objective, the timing of the decline in solar activity can be identified. Furthermore, the decline in solar activity is predictable, and extremely weak declines cannot be determined merely using the relative sunspot numbers. The same two formulas exist for the new version of the relative sunspot numbers and are reported in this study.

**Key words:** sunspots, solar activity

## 1. 序論

太陽が、地球及びその近傍に与える環境の変化を宇宙天気と呼んでおり、近年ではそれを予報する必要性から、宇宙天気予報という言葉も使われている。それだけ太陽の活動は我々の日常生活に多くの影響を与えており、その太陽活動のデータは、ネット上で公開されている<sup>1,2,3</sup>。ところで、太陽には、約11年の周期活動があり、さらに長期的に見ると、マウンダー極小期に代表されるような活動衰退が起こる事も分かっている(Eddy 1976)。同様の衰退は、マウンダー極小期より規模は小さいが、黒点相対数による11年周期が記録されている、第5周期から第6周期あたりでも確認されており、ダルトン極小期と呼ばれている。ところでこの11年の周期活動の強さは、周期によって大きく異なっており(図1)、その強さを予測するという試みが、これまで重回帰分析を含む色々な手法によってなされてきた(Hathaway et al. 1999)。私も、周期の始まりがわかった時点でその周期の強さを予測する式を、複数の説明変数を使う重回帰分析の手法を使って探してきた。

## 2. 方法

ここで使用するデータは、黒点相対数の月平均値と、13ヵ月移動平均値である<sup>4</sup>。これらのデータは、2015年に更新された(V2.0)が、ここでは旧データ(V1.0)を使用する。その理由は、V2.0の黒点相対数が発表されるずっと前から調査しており、V1.0の黒点相対数を使って最初の重回帰式を見つけたからである。各周期の強さは、その周期内で13ヵ月移動平均値が最大になった時の値と定義し、これを $Y$ で表す。この $Y$ の値を、複数の説明変数 $X_i$ を使って重回帰分析を行い、重回帰式 $y = \sum a_i X_i + b$ で近似して予測する。 $a_i$ は重回帰係数、 $b$ は定数項である。説明変数は、 $Y$ を予測しようとしている周期を周期 $N$ とすると、1つ前の、周期 $(N-1)$ の黒点相対数を使って求めた。各周期の期間と極大時は付録(表7)に載せた。

### 2.1. 説明変数作成に使用する関数

説明変数 $X_i$ を作る時に、二つの関数 $\Phi_1(a)$ と $\Phi_2(a)$ を定義してこれを使う。

$\Phi_1(a)$ は、周期 $(N-1)$ において、13ヵ月移動平均値が最大になった時から、その最大値の $a\%$ 未満に最終的に減少するまでの時間で、単位は月である。

<sup>1</sup> SWPC (<https://www.swpc.noaa.gov/products/>)

<sup>2</sup> SOHO (<https://soho.nascom.nasa.gov/data/data.html>)

<sup>3</sup> spaceweather.com (<https://www.spaceweather.com>)

<sup>4</sup> SILSO (<https://sidc.be/SILSO/datafiles>)

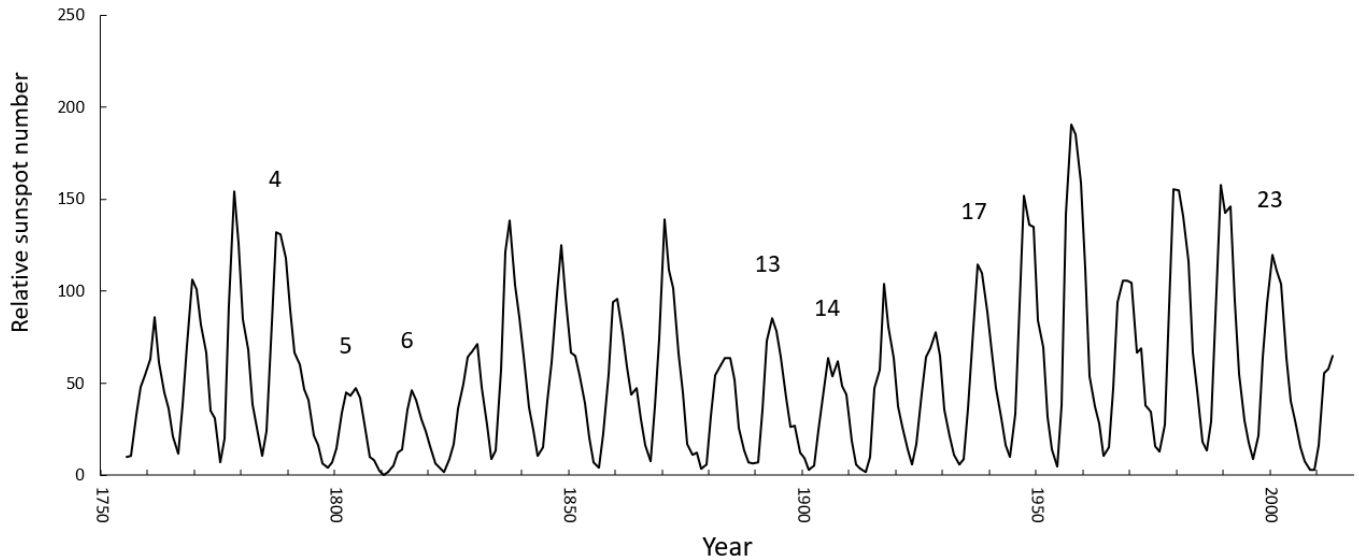


Fig. 1. Yearly mean relative sunspot number (1750–2014)

$\Phi_2(a)$ は、周期  $(N-1)$  において、13ヵ月移動平均値が最大値の  $a\%$  未満まで初めて減少した時から、その周期の終わりまでの時間である。 $a\%$  未満まで減少する前にその周期の終わりが訪れたら、 $\Phi_2(a) = 0$  となる。図2を参照して欲しい。なお、ベルギー王立天文台により開示されている13ヵ月移動平均値は小数点以下1桁までであるが、 $\Phi_1$  と  $\Phi_2$  を求める時は、黒点相対数月平均値を使って改めて移動平均の計算を行い、小数点以下2桁まで求めた13ヵ月移動平均値を使った。

### 3. 結果

13ヵ月移動平均値が、各周期で最大になった時の値を  $Y$  としてその周期の強さと定義した。その  $Y$  の値をピンポイントで言い当てる重回帰式を二つ探し出した。どちらの式も、24周期全ての周期の  $Y$  の値を言い当てている訳ではないが、少なくともどちらかの式が全ての周期の  $Y$  の値を言い当てている。それら2つの式を、 $y_1$ 、 $y_2$  として内容を説明する。

#### 3.1. 重回帰式 $y_1$

重回帰式  $y_1$  は、全24周期から、4, 5, 6, 13, 14, 17, 23の7個の周期を除いた、残り17個の周期を使って求めた。

$$y_1 = \sum_{i=1}^9 a_i X_i + b_1, \quad (1)$$

で表され、説明変数の数は9個である。その内容を以下に記す。

$X_1$  は、図2の  $T_3$  の37か月前から29か月前までの9か月間の黒点相対数の平均、

$$X_2 = \Phi_1(91), \quad (2)$$

$$X_3 = \Phi_1(84) - \Phi_1(91), \quad (3)$$

$$X_4 = \Phi_1(74) - \Phi_1(84), \quad (4)$$

$$X_5 = \Phi_1(59) - \Phi_1(74), \quad (5)$$

$$X_6 = \Phi_1(45) - \Phi_1(59), \quad (6)$$

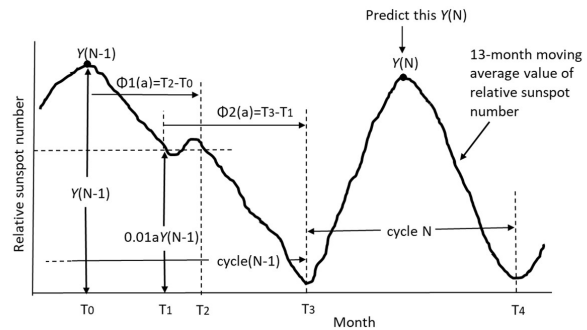


Fig. 2. A diagram for  $\Phi_1(a)$  and  $\Phi_2(a)$ .  $T_0$ : The time when the 13-month moving average value is at a maximum.  $T_1$ : The first time that the 13-month moving average value is  $< a\%$  of  $Y$  at the maximum.  $T_2$ : The final time that the 13-month moving average value is  $< a\%$  of  $Y$  at the maximum.  $T_3$ : End of the cycle  $(N-1)$  and start of the cycle  $N$ .  $T_4$ : End of the cycle  $N$ .

$$X_7 = \Phi_2(41) - \Phi_2(27), \quad (7)$$

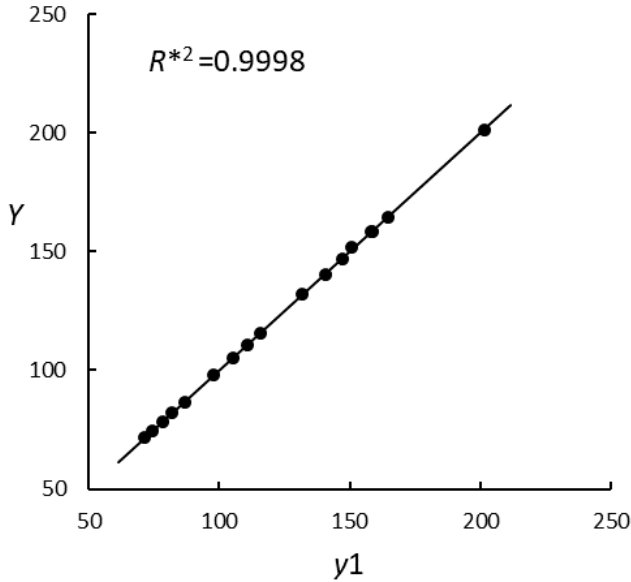
$$X_8 = \Phi_2(27) - \Phi_2(10), \quad (8)$$

$$X_9 = \Phi_2(10), \quad (9)$$

以上9個の説明変数の値を付録(表8)に載せた。このデータを使い、17個の周期について重回帰分析を行った結果、 $y_1$  と  $Y$  との散布図(相関図)は図3のようになった。なお、除いた7個の周期を一つずつ17個の周期に加えた18個の周期について重回帰分析を行った時の自由度調整済寄与率の値を表1に示す。自由度調整済寄与率を  $R^{*2}$  と表すと、

$$R^{*2} = 1 - \frac{(n-1)(1-R^2)}{(n-k-1)}, \quad (10)$$

となる。 $R$  は重相関係数、 $n$  は周期の数、 $k$  は説明変数の数である。



**Fig. 3.** Scatter plot diagram (correlation diagram) for  $y_1$  and  $Y$ .  $R^{*2}$  is adjusted coefficient of determination.

**Table 1.** Adjusted coefficient of determination ( $R^{*2}$ ) when multiple regression analysis is performed on the 17 cycles used in figure 3, adding one of the other seven cycles.

Added cycle	$R^{*2}$
-	0.9998
4	0.9341
5	0.9959
6	0.9439
13	0.9057
14	0.9713
17	0.8957
23	0.9658

### 3.2. 重回帰式 $y_2$

重回帰式 $y_2$ は、4, 5, 6, 7, 8, 13, 14, 17, 18, 23の10個の周期を使って求めた。

$$y_2 = \sum_{i=10}^{15} a_i X_i + b_2, \quad (11)$$

で表され、説明変数の数は6個である。その内容を以下に記す。

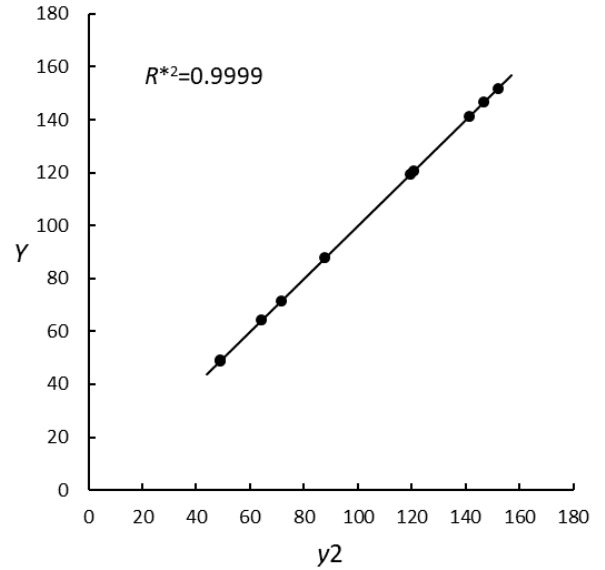
$X_{10}$ は、図2の $T_3$ の16か月前から6か月前までの11か月間の黒点相対数の平均、

$$X_{11} = \Phi_1(78), \quad (12)$$

$$X_{12} = \Phi_1(49) - \Phi_1(78), \quad (13)$$

$$X_{13} = \Phi_2(30) - \Phi_2(19), \quad (14)$$

$$X_{14} = \Phi_2(19) - \Phi_2(7), \quad (15)$$



**Fig. 4.** Scatter plot diagram for  $y_2$  and  $Y$

**Table 2.** Adjusted coefficient of determination ( $R^{*2}$ ) when multiple regression analysis is performed on the 10 cycles used in figure 4, adding one of the other 14 cycles.

Added cycle	$R^{*2}$
-	0.9999
1	0.6485
2	0.6877
3	0.9165
9	0.8694
10	0.9188
11	0.9493
12	0.9577
15	0.7292
16	0.9248
19	0.5952
20	0.9091
21	0.9950
22	0.9082
24	0.7755

$$X_{15} = \Phi_2(7), \quad (16)$$

以上の6個の説明変数の値を付録(表9)に載せた。このデータを使い、10個の周期について重回帰分析を行った結果が図4である。この10個の周期に、残り14個の周期を一つずつ加えた11個の周期について重回帰分析を行った時の自由度調整済寄与率の値を表2に示す。

**Table 3.** A table of cycles in which the  $y_1$  and  $y_2$  formulas are established. Filled circles show cycles in which the formulas are established.

Cycle	$Y$	$y_1$	$y_2$
1	86.5	●	
2	115.8	●	
3	158.5	●	
4	141.2		●
5	49.2	●	
6	48.7	●	
7	71.5	●	●
8	146.9	●	●
9	132.0	●	
10	98.0	●	
11	140.3	●	
12	74.6	●	
13	87.9		●
14	64.2		●
15	105.4	●	
16	78.1	●	
17	119.2		●
18	151.8	●	●
19	201.3	●	
20	110.6	●	
21	164.5	●	
22	158.5	●	
23	120.8		●
24	81.9	●	

#### 4. 議論

図3から、式 $y_1$ は17個の周期で極めて高い相関関係にあると言える。この事を、ここでは「17個の周期では式 $y_1$ が成立する」と表現する。この17個の周期に、残り7個の周期からの1個を加えた18個の周期について重回帰分析を行うと、表1のように自由度調整済寄与率の値が小さくなる。相関が無くなる訳ではないが、たった1個の周期を加える事によって自由度調整済寄与率の値が低下するという事は、加えた周期には、式 $y_1$ に対して17個の周期のような極めて高い相関は成り立たないという事である。この事を、ここでは「式が成立しない」と表現する。同様に図4と表2から、式 $y_2$ は10個の周期で成り立っているが、それ以外の14個の周期では成立しない。この関係を表3に示した。

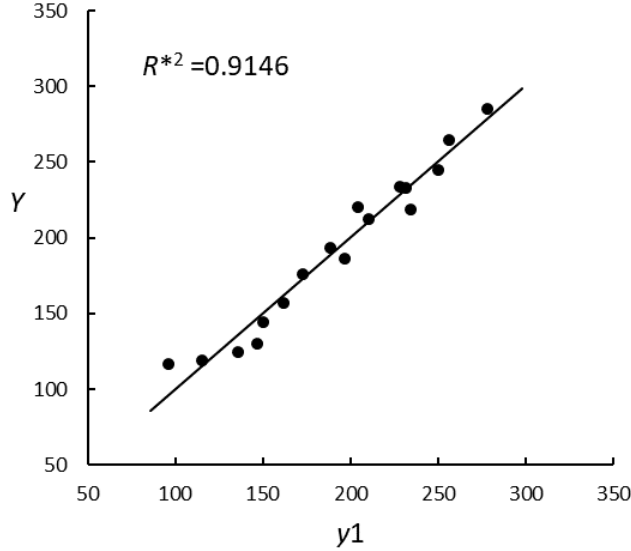
#### 4.1. 表3の解釈

表3を見ると、例外はあるが式 $y_1$ が成立していない周期の所で式 $y_2$ が成立しており、逆に、式 $y_2$ が成立しない周期の所で式 $y_1$ が成立している。このことは太陽活動の衰退が原因であり、式 $y_1$ が成立しない周期のあたりで活動衰退が起こったと私は考えている。そのように判断した理由は、第5, 6周期のあたりがダルトン極小期と名付けられた活動衰退が認められている所であり、 $Y$ の値が過去の24周期の中で最も小さくなっていること、それに次いで3番目に $Y$ の値が小さいのが、第14周期であり、ここでも活動衰退が起こった可能性が高いからである。この解釈から導かれる結論は、太陽活動はダルトン極小期以降、4回衰退したという事である。その衰退時期は、第4–6周期、第13–14周期、第17周期、第23周期の頃だと考える。ただし、4回の衰退のそれぞれの最初の周期である、第4, 13, 17, 23周期では、それらの周期の $Y$ の値から考えて極大時にはまだ衰退が始まっていないと言える。おそらくそれらの周期の終わり頃に衰退が始まったのであろう。しかしながら極大時が訪れて $Y$ の値が分かった時点で、それらの周期では式 $y_1$ が成り立たず、式 $y_2$ が成り立つことが分かるので、その時点で衰退を予測する事ができる。この事は、太陽活動が衰退過程に入っても、すぐには衰退しない準備期間が存在する事を示唆している。二つの式が共に成立している3つの周期 (7, 8, 18) があるが、これらの共通点は衰退時期に続く周期ということである。すでに衰退から抜け出しているが、しばらく式 $y_2$ が成立する周期があるというのは面白い現象である。これらの周期では、当然 $y_1 \approx y_2$ となる。三番目の衰退が起こった第17周期では黒点相対数だけからは衰退は認められない。だが、第17, 18周期で式 $y_2$ が成立しているという事実が、ここで衰退があった事を裏付けている。おそらく、第17周期の終わり頃、短い期間、弱い衰退が起こり、すぐに回復したものと考えている。最後の衰退の第23周期も、第17周期同様に、黒点相対数だけでは活動衰退が起こったと決めつけるのは難しい。だが式 $y_2$ が成立している事から、ここでも弱い衰退が起こったのである。続く第24周期では、太陽活動は衰退から抜け出している。第17周期、第23周期で起こった様な弱い衰退もあるのである。なお、ここで使っている衰退という言葉はダルトン極小期の活動衰退と同じ事象が起こったという意味で使っているが、その結果、どの程度の衰退が生じたかは問題にしていない。もし、衰退の度合いまで考慮して衰退という言葉を使うべきだとすると、ダルトン極小期の後、衰退したのは第14周期だけだと考えている。それでも、第17周期と第23周期で活動衰退の動きがあり、微弱な衰退が起こったという主張は変わらない。

#### 4.2. V1.0からV2.0への移行

V1.0の黒点相対数は第24周期の極大時を過ぎたところで終わっており、それ以降はV2.0の黒点相対数しか存在しない。そこで、V2.0の黒点相対数でも $y_1$ と $y_2$ の式が成立しているか調べてみた。式(1)をV1.0ではなく、V2.0の黒点相対数を使って作ってみると、図3に相当するものは図5になった。図3に比べて図5の相関は著しく下がっており、V2.0では図3の関係が成立しない事がわかる。式(11)についても同様の結果であった。

そこで、V2.0の黒点相対数でもV1.0と同様に $Y$ と高い相関を示す式が存在するか調査した。説明変数を変える事



**Fig. 5.** Scatter plot diagram for  $y1$  and  $Y$ , using the relative sunspot numbers for V2.0 instead of V1.0

によって探しだす事が出来たので以下に述べる。 $y1$ に相当する式を $y1V2$ 、 $y2$ に相当する式を $y2V2$ とする。

#### 4.2.1. 重回帰式 $y1V2$

重回帰式 $y1V2$ は、24周期から4, 5, 6, 13, 14, 17, 24の7個の周期を除いた17個の周期を使って求めた。これを、

$$y1V2 = \sum_{i=20}^{28} a_i X_i + b3, \quad (17)$$

と表すと、説明変数は次のようになる。

$$X_{20} = X_1 \text{ (ただし、V2.0の黒点相対数を使うこと)}, \quad (18)$$

$$X_{21} = \Phi1(92), \quad (19)$$

$$X_{22} = \Phi1(79) - \Phi1(92), \quad (20)$$

$$X_{23} = \Phi1(59) - \Phi1(79), \quad (21)$$

$$X_{24} = \Phi1(52) - \Phi1(59), \quad (22)$$

$$X_{25} = \Phi1(26) - \Phi1(52), \quad (23)$$

$$X_{26} = \Phi2(42) - \Phi2(35), \quad (24)$$

$$X_{27} = \Phi2(35) - \Phi2(17), \quad (25)$$

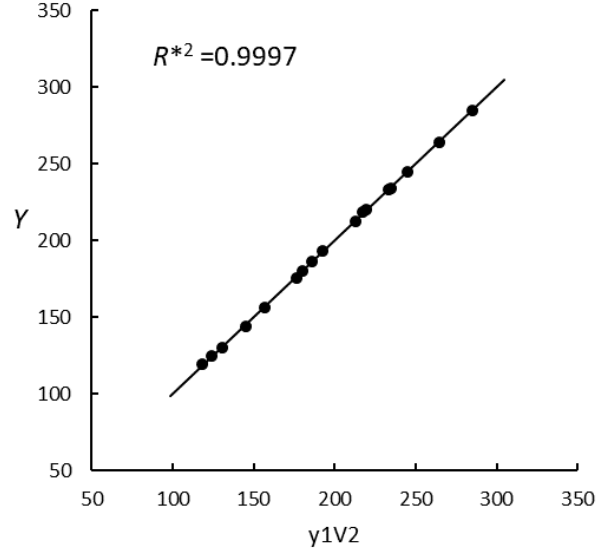
$$X_{28} = \Phi2(11). \quad (26)$$

この説明変数の値を付録(表10)に載せた。このデータを使い、17個の周期について重回帰分析を行った結果が図6である。除いた7個の周期を一つずつ17個の周期に加えて重回帰分析を行った時の自由度調整済寄与率の値を表4に示す。図6と表4から、17個の周期については式 $y1V2$ が成立するが、他の7個の周期では成り立たない事がわかる。

#### 4.2.2. 重回帰式 $y2V2$

重回帰式 $y2V2$ は、3, 4, 5, 6, 7, 13, 14, 17, 18, 23の10個の周期を使って求めた。これを、

$$y2V2 = \sum_{i=29}^{34} a_i X_i + b4 \quad (27)$$



**Fig. 6.** Scatter plot diagram for  $y1V2$  and  $Y$

**Table 4.** Adjusted coefficient of determination ( $R^{*2}$ ) when multiple regression analysis is performed on the 17 cycles used in figure 6, adding one of the other seven cycles.

Added cycle	$R^{*2}$
-	0.9997
4	0.8369
5	0.9976
6	0.9673
13	0.9653
14	0.9564
17	0.8072
24	0.9275

と表すと説明変数は次のようになる。

$X_{29}$ は、図2の $T_3$ の18カ月前から7カ月前までの12カ月間の黒点相対数の平均、

$$X_{30} = \Phi1(91), \quad (28)$$

$$X_{31} = \Phi1(56) - \Phi1(91), \quad (29)$$

$$X_{32} = \Phi2(26) - \Phi2(19), \quad (30)$$

$$X_{33} = \Phi2(19) - \Phi2(7), \quad (31)$$

$$X_{34} = \Phi2(7). \quad (32)$$

この説明変数の値を付録(表11)に載せた。このデータを使い、10個の周期について重回帰分析を行った結果が図7である。排除した14個の周期を一つずつ10個の周期に加えて重回帰分析を行った時の自由度調整済寄与率の値を表5に示す。図7と表5から、10個の周期については式 $y2V2$ が成立するが14個の周期では成立しないと言える。ただし第8周期と第21周期では式が成立しかけていてもと言える。表3に相当するものがV2.0では表6になった。両者には若

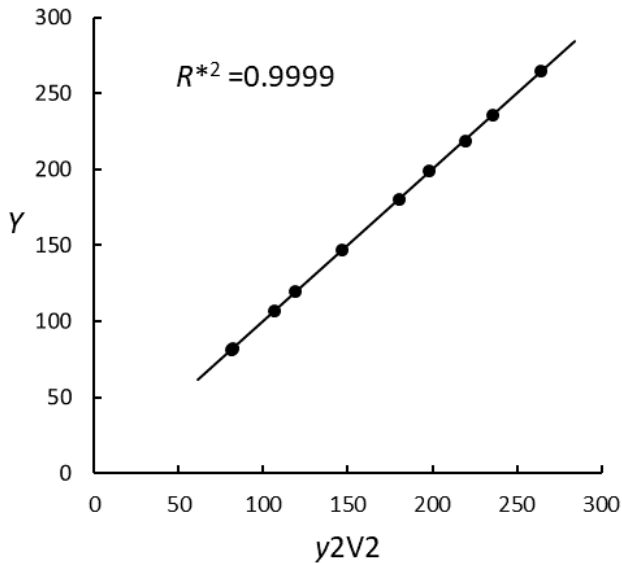


Fig. 7. Scatter plot diagram for y2V2 and Y

Table 5. Adjusted coefficient of determination ( $R^{*2}$ ) when multiple regression analysis is performed on the ten cycles used in figure 7, adding one of the other 14 cycles.

Added cycle	$R^{*2}$
-	0.9999
1	0.6909
2	0.7851
8	0.9994
9	0.9385
10	0.9988
11	0.9945
12	0.8876
15	0.5436
16	0.8450
19	0.6756
20	0.8623
21	0.9992
22	0.7933
24	0.9888

干の違いがある。

#### 4.3. 第25周期のYの値

y1V2とy2V2、少なくとも二つの式のどちらかが、第24周期を除いた、他のすべての周期のYの値を言い当てている。そこで、これら二つの式を使ってまだ確定していない第25周期のYの値を計算してみた。結果は、信頼率95%

Table 6. A table of cycles in which the y1V2 and y2V2 formulas are established. Filled circles show cycles in which the formulas are established.

Cycle	Y(V2.0)	y1V2	y2V2
1	144.1	●	
2	193.0	●	
3	264.3	●	●
4	235.3		●
5	82.0		●
6	81.2		●
7	119.2	●	●
8	244.9	●	
9	219.9	●	
10	186.2	●	
11	234.0	●	
12	124.4	●	
13	146.6		●
14	107.1		●
15	175.7	●	
16	130.2	●	
17	198.6		●
18	218.7	●	●
19	285.0	●	
20	156.6	●	
21	232.9	●	
22	212.5	●	
23	180.3	●	●
24	116.4		

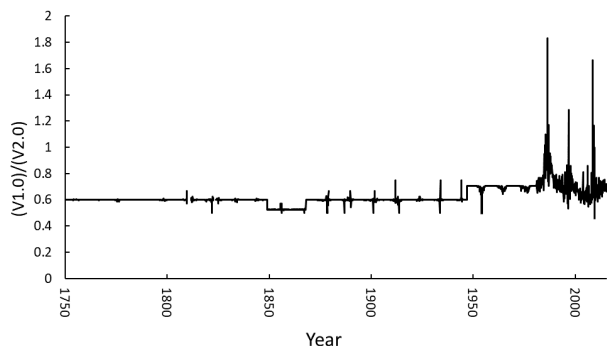
で、

$$y1V2 = 43.8 \pm 2.8, \quad (33)$$

$$y2V2 = 96.6 \pm 3.3, \quad (34)$$

となった。

第25周期の13ヵ月移動平均値は、暫定値ではあるが2023年2月にすでに117.9になっている。第24周期に続いて第25周期でも、y1V2とy2V2の式がどちらもYの値を言い当てられなかったことになる。ここで黒点相対数のV1.0とV2.0の関係を見てみる。図8は黒点相対数月平均値の(V1.0)/(V2.0)の値である。この値が全期間を通して一定の値であれば、V1.0かV2.0、どちらのバージョンの黒点相対数を使っても同じ結果が得られる。即ち、両バージョンの説明変数は同じものになり、表3と表6も同じものになる。バージョンによって違いが生じているのは、図8の値が一



**Fig. 8.** Monthly mean relative sunspot number (V1.0) / monthly mean relative sunspot number (V2.0)

定でないからであるが、特に1981年以降の値は0.46から1.83の間で大きく変動している。この事が第24と第25周期で $y1V2$ ,  $y2V2$ のどちらの式も成立しない原因だろうか。もしそうだとすると、第26周期以降も二式とも成立しない状態が続き、衰退予測や衰退時期を特定する事が出来なくなる可能性がある。

## 5. おわりに

周期の強さを予測する2つの重回帰式が、V1.0とV2.0どちらの黒点相対数にも存在した。V1.0とV2.0の式には若干の違いはあるが、ダルトン極小期以降、これまでに4回の太陽活動の衰退があったという事を主張したい。ただ、V2.0を使って求めた重回帰式が第26周期以降の周期について有効かどうかは分からない。将来に検証が必要である。また今回は、24個という少ない数の周期を使って調査をおこなったが、遠い将来、周期の数が増えたと説明変数の数も増やすことが可能となり、新しい発見がなされるかも知れない。

## 謝辞

太陽黒点の観測を連綿と続けてこられた多くの観測者と、そのデータを整理し、開示しているベルギー王立天文台に感謝します。

## References

- Eddy, J. A. 1976, *Science*, 192, 1189  
 Hathaway, D. H., Wilson, R. M., Reichmann, E. J. 1999, *J. Geophys. Res.*, 104, 22375

## Appendix.

**Table 7.** Cycle period and time of maximum value (V1.0)

Cycle	Period	Time of maximum value
0	–	1755 02
1	1755 02	–
2	1766 06	–
3	1775 06	–
4	1784 09	–
5	1798 04	–
6	1810 08	–
7	1823 05	–
8	1833 11	–
9	1843 07	–
10	1855 12	–
11	1867 03	–
12	1878 12	–
13	1890 03	–
14	1902 01	–
15	1913 07	–
16	1923 08	–
17	1933 09	–
18	1944 02	–
19	1954 04	–
20	1964 10	–
21	1976 03	–
22	1986 09	–
23	1996 05	–
24	2008 12	–
25	2019 12	–

Table 8. Data related to formula y1

Cycle	Y	$\Phi 1(91)$	$\Phi 1(84)$	$\Phi 1(74)$	$\Phi 1(59)$	$\Phi 1(45)$	$\Phi 2(41)$	$\Phi 2(27)$	$\Phi 2(10)$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$
1	86.5	2	6	9	13	32	24	17	1	49.93	2	4	3	4	19	7	16	1
2	115.8	5	6	9	21	36	23	13	0	49.51	5	1	3	12	15	10	13	0
3	158.5	7	11	27	33	40	28	11	6	59.72	7	4	16	6	7	17	5	6
4	141.2	7	11	16	24	36	37	29	10	46.22	7	4	5	8	12	8	19	10
5	49.2	7	14	24	31	46	66	43	19	19.54	7	7	10	7	15	23	24	19
6	48.7	4	6	9	16	21	43	39	16	5.06	4	2	3	7	5	4	23	16
7	71.5	11	15	16	29	44	37	30	21	15.23	11	4	1	13	15	7	9	21
8	146.9	12	16	19	24	29	18	13	0	62.74	12	4	3	5	5	5	13	0
9	132.0	5	10	14	27	38	35	26	3	50.89	5	5	4	13	11	9	23	3
10	98.0	11	13	17	23	48	41	27	10	43.29	11	2	4	6	25	14	17	10
11	140.3	11	15	20	33	56	26	16	5	46.61	11	4	5	13	23	10	11	5
12	74.6	7	9	14	31	36	62	51	37	12.41	7	2	5	17	5	11	14	37
13	87.9	5	7	16	24	27	47	41	21	13.19	5	2	9	8	3	6	20	21
14	64.2	5	10	14	24	32	61	40	17	13.13	5	5	4	10	8	21	23	17
15	105.4	18	19	36	44	50	38	35	26	13.94	18	1	17	8	6	3	9	26
16	78.1	5	7	18	25	29	42	27	11	30.69	5	2	11	7	4	15	16	11
17	119.2	7	10	20	25	27	37	25	6	30.19	7	3	10	5	2	12	19	6
18	151.8	16	21	27	36	47	31	21	4	50.16	16	5	6	9	11	10	17	4
19	201.3	20	28	33	37	51	30	25	9	74.17	20	8	5	4	14	5	16	9
20	110.6	7	14	18	26	32	45	39	9	44.28	7	7	4	8	6	6	30	9
21	164.5	22	24	26	46	51	36	16	0	40.58	22	2	2	20	5	20	16	0
22	158.5	11	24	29	34	42	38	26	9	60.02	11	13	5	5	8	12	17	9
23	120.8	27	29	31	36	43	37	30	9	48.52	27	2	2	5	7	7	21	9
24	81.9	25	28	31	36	45	58	44	23	18.72	25	3	3	5	9	14	21	23



**Table 9.** Data related to formula y2

Cycle	$Y$	$\Phi_1(78)$	$\Phi_1(49)$	$\Phi_2(30)$	$\Phi_2(19)$	$\Phi_2(7)$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$
1	86.5	8	30	18	14	0	13.51	8	22	4	14	0
2	115.8	8	35	18	4	0	20.63	8	27	14	4	0
3	158.5	26	37	23	9	2	29.15	26	11	14	7	2
4	141.2	15	34	32	19	7	16.72	15	19	13	12	7
5	49.2	22	39	53	35	16	6.64	22	17	18	19	16
6	48.7	8	19	40	36	14	1.19	8	11	4	22	14
7	71.5	16	34	32	27	8	4.36	16	18	5	19	8
8	146.9	18	28	14	11	0	13.43	18	10	3	11	0
9	132.0	12	37	27	18	0	23.74	12	25	9	18	0
10	98.0	15	38	29	21	6	14.59	15	23	8	15	6
11	140.3	19	37	19	10	3	18.94	19	18	9	7	3
12	74.6	13	34	52	46	14	6.95	13	21	6	32	14
13	87.9	9	26	42	39	1	7.55	9	17	3	38	1
14	64.2	12	29	54	33	14	4.53	12	17	21	19	14
15	105.4	35	47	36	30	21	4.10	35	12	6	9	21
16	78.1	11	28	34	18	10	7.64	11	17	16	8	10
17	119.2	19	27	28	22	2	12.11	19	8	6	20	2
18	151.8	26	44	22	15	1	20.14	26	18	7	14	1
19	201.3	31	41	27	19	6	17.85	31	10	8	13	6
20	110.6	16	30	41	27	6	23.56	16	14	14	21	6
21	164.5	25	50	29	11	0	17.70	25	25	18	11	0
22	158.5	28	41	28	23	0	17.30	28	13	5	23	0
23	120.8	31	39	31	22	5	18.18	31	8	9	17	5
24	81.9	30	42	50	35	18	4.12	30	12	15	17	18

**Table 10.** Data related to formula y1V2

Cycle	$Y(V2.0)$	$\Phi1(92)$	$\Phi1(79)$	$\Phi1(59)$	$\Phi1(52)$	$\Phi1(26)$	$\Phi2(42)$	$\Phi2(35)$	$\Phi2(17)$	$\Phi2(11)$	$X_{20}$	$X_{21}$	$X_{22}$	$X_{23}$	$X_{24}$	$X_{25}$	$X_{26}$	$X_{27}$	$X_{28}$
1	144.1	2	7	13	28	41	25	20	11	1	83.21	2	5	6	15	13	5	9	1
2	193.0	4	7	21	34	47	23	21	4	0	82.52	4	3	14	13	13	2	17	0
3	264.3	7	17	33	35	58	28	26	8	6	99.54	7	10	16	2	23	2	18	6
4	235.3	7	14	24	29	48	38	33	17	11	77.04	7	7	10	5	19	5	16	11
5	82.0	6	22	31	36	80	67	60	34	20	32.58	6	16	9	5	44	7	26	20
6	81.2	3	7	16	18	28	43	40	34	16	10.64	3	4	9	2	10	3	6	16
7	119.2	11	16	29	31	54	37	35	27	21	25.34	11	5	13	2	23	2	8	21
8	244.9	12	18	24	27	35	18	15	10	1	104.57	12	6	6	3	8	3	5	1
9	219.9	5	12	27	36	51	35	33	16	3	84.8	5	7	15	9	15	2	17	3
10	186.2	12	18	28	46	71	38	30	15	9	82.19	12	6	10	18	25	8	15	9
11	234.0	11	17	33	36	70	26	22	8	6	88.56	11	6	16	3	34	4	14	6
12	124.4	7	12	31	33	50	63	56	45	38	20.76	7	5	19	2	17	7	11	38
13	146.6	5	8	24	25	34	47	45	36	24	22.02	5	3	16	1	9	2	9	24
14	107.1	5	12	24	28	56	61	57	32	18	21.9	5	7	12	4	28	4	25	18
15	175.7	18	34	44	46	54	38	37	28	26	23.27	18	16	10	2	8	1	9	26
16	130.2	5	11	25	28	45	42	37	17	11	51.11	5	6	14	3	17	5	20	11
17	198.6	6	18	25	26	40	37	31	17	8	50.32	6	12	7	1	14	6	14	8
18	218.7	9	26	36	42	63	32	24	13	5	83.6	9	17	10	6	21	8	11	5
19	285.0	19	29	37	39	58	31	29	15	10	105.11	19	10	8	2	19	2	14	10
20	156.6	5	16	26	29	43	46	43	25	10	62.97	5	11	10	3	14	3	18	10
21	232.9	21	25	46	49	72	36	32	10	0	58.01	21	4	21	3	23	4	22	0
22	212.5	8	27	34	39	55	39	32	23	20	80.2	8	19	7	5	16	7	9	20
23	180.3	24	27	33	35	49	39	36	19	12	61.01	24	3	6	2	4	3	17	12
24	116.4	8	12	19	21	42	57	52	34	23	29.43	8	4	7	2	21	5	18	23
25		5	9	15	20	31	44	41	28	22	22.03	5	4	6	5	11	3	13	22

**Table 11.** Data related to formula  $y2V2$ 

Cycle	$Y(V2.0)$	$\Phi1(91)$	$\Phi1(56)$	$\Phi2(26)$	$\Phi2(19)$	$\Phi2(7)$	$X_{29}$	$X_{30}$	$X_{31}$	$X_{32}$	$X_{33}$	$X_{34}$
1	144.1	2	13	17	14	0	28.23	2	11	3	14	0
2	193.0	5	31	13	4	0	36.61	5	26	9	4	0
3	264.3	7	34	11	9	2	55.33	7	27	2	7	2
4	235.3	7	25	28	19	7	31.65	7	18	9	12	7
5	82.0	7	33	42	35	16	11.88	7	26	7	19	16
6	81.2	4	17	37	35	13	4.22	4	13	2	22	13
7	119.2	11	30	30	27	8	7.23	11	19	3	19	8
8	244.9	12	26	13	11	0	28.15	12	14	2	11	0
9	219.9	5	34	25	18	0	40.32	5	29	7	18	0
10	186.2	12	38	23	19	6	30.89	12	26	4	13	6
11	234.0	11	35	15	10	3	37.94	11	24	5	7	3
12	124.4	7	32	50	46	14	12.52	7	25	4	32	14
13	146.6	5	24	41	39	1	12.15	5	19	2	38	1
14	107.1	5	26	40	33	14	8.58	5	21	7	19	14
15	175.7	18	44	35	30	21	5.99	18	26	5	9	21
16	130.2	5	27	27	18	10	22.73	5	22	9	8	10
17	198.6	7	26	25	22	2	20.19	7	19	3	20	2
18	218.7	16	41	19	15	1	33.30	16	25	4	14	1
19	285.0	19	38	25	19	6	28.09	19	19	6	13	6
20	156.6	7	28	36	27	6	38.57	7	21	9	21	6
21	232.9	22	47	16	11	0	32.12	22	25	5	11	0
22	212.5	9	37	26	23	8	19.89	9	28	3	15	8
23	180.3	24	34	32	24	7	23.56	24	10	8	17	7
24	116.4	8	20	43	35	17	8.54	8	12	8	18	17
25		5	18	37	29	20	6.58	5	13	8	9	20