

なゆた可視光分光装置 MALLS の回折格子角度–波長関係

松田 健太郎

兵庫県立西はりま天文台

The relations between the position angle of the gratings and available wavelength range of MALLS

Kentaro MATSUDA

Nishi-Harima Astronomical Observatory, Sayo, Hyogo, 679-5313, Japan

E-mail: matsuda@nhao.jp

(Received February 18, 2010)

概要

なゆた望遠鏡に搭載される可視光分光装置 MALLS において、器械系制御における回折格子の角度設定と、観測波長域との関係を調査した。その結果、回折格子の原理から予測される三角関数を用いた基礎的な方程式で、観測に適用可能な程度で再現出来ることを確認し、必要な観測波長に対する回折格子の角度を決定した。

Abstract

We examined the relation between the position angle of the gratings and available wavelength range of MALLS, the spectrograph for NAYUTA telescope. We verified that we can explain and reproduce the results by basic sinusoidal equations derived from the grating equation. We determined the unique equations for these relations.

Key words: NAYUTA Telescope — Spectrograph — Grating — Wavelength

1. はじめに

なゆた望遠鏡のナスミス焦点に備え付けられる分光装置 MALLS (Medium And Low-dispersion Longslit Spectrograph) は、ロングスリット分光を行えることに重点を置いている為、同時に取得出来るスペクトルの波長範囲が限定される。それは中分散モード ($R > 6000$) で特に顕著で、同時に観測出来るのは 400\AA 前後である。

MALLS は、分散素子である回折格子を器械的に回転させ、光線の入射角度と出射角度を変えることで、取得波長範囲の調整を行う仕組みになっている。狙った波長域、スペクトル成分を観測するには、回折格子の角度を適切に設定する必要がある、回折格子の角度と取得出来る波長域の関係をj知jることは、効率的な観測を行う上で欠かせない。

しかし、これまで回折格子の角度設定は、過去にやった観測から引き継ぐ経験則に基づいている場合が殆どで、特に中分散モードで過去に例の無い波長域の観測をしたい場合には相当な手間をとられることになる。

そこで、この回折格子の角度と取得波長域の関係を、測定データから定式化し、波長域の決定が容易に出来るように、調査を行った。

以下、2. 節では回折格子の原理に基づいた回折格子角度–取得波長域関係決定の方針に付いて、3. 節では中分散モードの観測から標本を採取してのj関係の導出、4. 節では広範な波長範囲にわたる実際のデータとの比較による導出したj関係の検証、5. 節では低分散モードでのj関係について述べる。

2. 方針

回折格子の角度と波長域の関係を論じるには、回折格子の式を以てする。回折格子の式は、その原理に基づき回折格子の特性（溝の間隔）、入射光の角度、出射光の角度、波長の関係を表した方程式である。

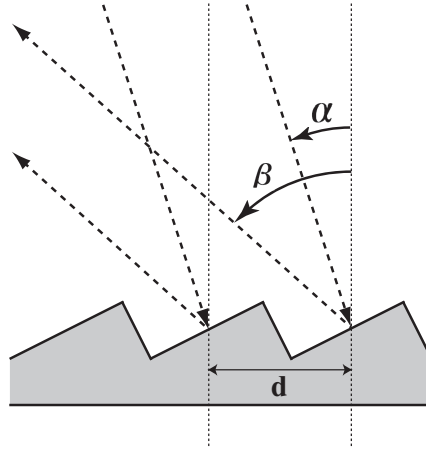


Fig. 1. The theory of a diffraction grating.

回折格子の式によれば、Fig. 1 の様な回折格子、入射光の向き、及び波長の関係は、

$$n\lambda = d(\sin \alpha \pm \sin \beta) \quad (1)$$

によって表される。ここで、 n は次数、 λ は波長、 d は回折格子周期（溝の間隔）、 α 、 β は入射光及び出射光の角度をそれぞれ表す。MALLS 中分散モードに於ける分光系の設定は尾崎・時政（2006）を参照すると、回折光のうち 1 次光を用いているので、 $n = \pm 1$ である。また MALLS の中分散モードでは、回折格子の 1 mm 当たり溝本数は 1800 [本/mm] であるので、 d は 1/1800 [mm] となる。

この回折格子の式に於いてその傾きを考慮するには、回折格子の角度 θ を導入して式 (1) を次の様に書き換える。

$$\pm\lambda = d\{\sin(\alpha_0 - \theta) + \sin(\beta_0 - \theta)\} \quad (2)$$

ここで、 α_0 、 β_0 は α 、 β の初期値 ($\theta = 0$ の場合の値) を表す。今、MALLS の光学系の設定は決まっていて動かすことは無く、設計に於ける入射光と出射光の為す角が 30° と設定されているので、

$$\beta - \alpha = \beta_0 - \alpha_0 = 30^\circ \quad (3)$$

が成り立つ。式 (3) を式 (2) に代入すると方程式は、

$$\pm\lambda = d\{\sin(\alpha_0 - \theta) + \sin(\alpha_0 + 30^\circ - \theta)\} \quad (4)$$

となる。ここに至って未知の定数は α_0 一つだけとなり、最低 1 点 (θ, λ) が得られれば α_0 を決定することは出来る。

3. 導出

式 (4) を決めるための波長 λ と回折格子角度 θ のデータは、過去の観測で使用した θ の数値と、その際に得た 2 次元スペクトル画像の中心波長を採取することとする。

1 次処理が済んでおり、波長が同定されている過去の観測の中から、標本数の多い場合の 1 つを抽出し、回折格子角度と中心波長を求めた。その結果、

$$\theta = -12^\circ.901, \quad \lambda = 7708.93 \text{ \AA} \quad (5)$$

Table 1. Data of the relation between θ and λ obtained from measurements for the mid-dispersion mode.

| 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] | 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] | 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] |
|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| 12.0 | 3954.9 | -1.0 | 6001.8 | -14.0 | 7923.7 |
| 11.0 | 4042.4 | -2.0 | 6155.7 | -15.0 | 8015.4 |
| 10.0 | 4223.6 | -3.0 | 6307.0 | -16.0 | 8105.0 |
| 9.0 | 4390.8 | -4.0 | 6467.3 | -17.0 | 8268.5 |
| 8.0 | 4536.3 | -5.0 | 6589.2 | -18.0 | 8377.9 |
| 7.0 | 4713.1 | -6.0 | 6769.8 | -19.0 | 8469.8 |
| 6.0 | 4903.8 | -7.0 | 6875.6 | -20.0 | 8549.6 |
| 5.0 | 5008.2 | -8.0 | 7018.5 | -21.0 | 8658.6 |
| 4.0 | 5221.9 | -9.0 | 7189.5 | -22.0 | 8751.1 |
| 3.0 | 5367.7 | -10.0 | 7311.7 | -23.0 | 8870.5 |
| 2.0 | 5458.0 | -11.0 | 7426.7 | -24.0 | 8988.3 |
| 1.0 | 5720.6 | -12.0 | 7531.1 | | |
| 0.0 | 5848.6 | -13.0 | 7717.4 | | |

の (θ, λ) を得た。この (θ, λ) から式 (4) に基づいて α_0 を導出すると、

$$\alpha_0 = \begin{cases} 18^\circ.115, & \text{for } n = 1 \\ -73^\circ.814, & \text{for } n = -1 \end{cases} \quad (6)$$

が得られた。この α_0 を式 (4) に代入して回折格子の方程式は、

$$\lambda = \begin{cases} d\{\sin(18^\circ.115 - \theta) + \sin(48^\circ.115 - \theta)\}, & \text{for } n = 1 \\ d\{\sin(73^\circ.814 + \theta) + \sin(43^\circ.814 + \theta)\}, & \text{for } n = -1 \end{cases} \quad (7)$$

となった。ここでは、1 次光を $n = \pm 1$ として異符号を排除していない為、この段階では二通りの解が存在しているが、実際の分光器の構成は一通りである。式 (7) に制限を加える為、もう 1 点 (θ, λ) を観測から求め、式 (7) が成立しているか否かを確認する。 (θ, λ) には、式 (5) と同様にして、

$$\theta = -0^\circ.281, \quad \lambda = 5896.54 \text{ \AA} \quad (8)$$

を求め、これを式 (7) に当てはめる。その結果、

$$\lambda = d\{\sin(18^\circ.115 - \theta) + \sin(48^\circ.115 - \theta)\} \quad (9)$$

が有効な解として残り、回折格子角度と観測される中心波長の関係を表す方程式を決定することが出来た。

4. 検証

式 (9) が導出に用いた 2 点以外の角度/波長域でも実際の仕様を再現出来ているか否かを確認するため、MALLS の波長較正用データを広範囲にわたって取得し、式 (9) との比較を行った。

MALLS では波長較正の際に、鉄・ネオン・アルゴンを封入したホローカソードランプを光源として用いている。今回の検証でもこのランプを測定したデータを用いた。データは回折格子を 1° の等間隔で回転させ、その都度取得。稼動範囲は、過去に最も短波長側を観測した際の角度よりも更に短波長側の 12° から開始し、近赤外域で効率が著しく低下し、観測での使用が不適となるまで測定を継続、合計 37 フレームのデータを得た。得られた回折格子の角度と取得したデータの中心波長は、Table 1 にまとめた。

Table 1 のデータと式 9 の曲線を、 x 軸回折格子角度 θ 、 y 軸中心波長 λ として同時にプロットしたのが、Fig. 2 である。Fig. 2 をみると、式 (9) で観測データは概ね良く再現されているように見える。

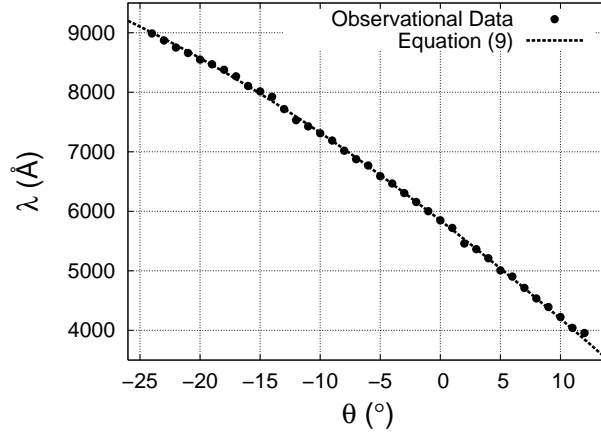


Fig. 2. Comparison between the measurements and the calculation (sinusoidal). Filled circles are the observational data and the dashed line is the calculated curve. The curve fits the data well.

もう少し細かく数値をみてゆくと、式 (9) に Table 1 の θ を代入し、中心波長を計算した結果が Table 2 である。Table 1 と Table 2 の中心波長の差 $\Delta\lambda$ を、回折格子角度 θ に対してプロットしてやると、Fig. 3 のようになる。

最も差の大きいもので 110\AA 以下、大部分は 50\AA 以下の差となっている。これは約 400\AA となる中分散モードでの同時取得波長範囲に収まるもので、式 (9) を用いた推定で観測したい波長を導入することは可能であろう。

Fig. 2 のデータ点をみていると、一次関数でもある程度の再現は可能ではないかと考えることも出来る。式 (9) による θ の推定には三角関数の逆関数を計算する必要があり、一次関数で計算出来れば簡便性が高まる。そこで、Table 1 のデータを用い、最小自乗法に法った直線フィッティングで最適解を探った。その結果、

$$\lambda = 5755.8 - 144.20 \cdot \theta \quad (10)$$

という一次関数が得られ、これを Table 1 のデータと比較すると、Fig. 4 のようになる。また、結果を Table 1 のデータとの差として表すと Fig. 5 のようになる。

Fig. 3 と比べると Fig. 5 では測定値と予測値の差が大きい。赤外域では差が 200\AA 前後となり狙ったスペクトル成分が導入出来ない恐れがある。使用頻度の高い領域でも 150\AA 近い差が出る波長域がある。簡単な計算で狙ったスペクトル成分を導入しようとするならば、式 (10) を用いるよりも例えば Table 1 の数値から内挿によって推定した方が確実性は高いであろう。

5. 低分散モード

同時取得波長範囲がおおよそ 2600\AA ある低分散モード ($d = 1/300$ [mm]) では、回折格子角度による制限は中分散モードに比べて深刻ではないが、上述の方針に従って方程式の決定を試みる。過去の観測でよく利用されていた回折格子角度 θ とその際の中心波長 λ を抽出し、それによって α_0 を導出、式 (4) を決定する。 (θ, λ) としては、

$$\theta = 28^\circ.237, \quad \lambda = 5423.3 \text{\AA} \quad (11)$$

と、一意に α_0 を決める為の確認に

$$\theta = 27^\circ.831, \quad \lambda = 5846.7 \text{\AA} \quad (12)$$

を採用し、これを式 (9) に適用して α_0 を計算すると、

$$\alpha_0 = 18^\circ.068, \quad \text{for } n = 1 \quad (13)$$

Table 2. The relation between θ and λ calculated from the equation (9).

| 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] | 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] | 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] |
|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| 12.0 | 3848.3 | -1.0 | 6003.4 | -14.0 | 7850.8 |
| 11.0 | 4022.6 | -2.0 | 6157.8 | -15.0 | 7977.3 |
| 10.0 | 4195.6 | -3.0 | 6310.2 | -16.0 | 8101.4 |
| 9.0 | 4367.4 | -4.0 | 6460.8 | -17.0 | 8223.0 |
| 8.0 | 4537.8 | -5.0 | 6609.4 | -18.0 | 8342.1 |
| 7.0 | 4706.8 | -6.0 | 6775.9 | -19.0 | 8458.7 |
| 6.0 | 4874.5 | -7.0 | 6900.4 | -20.0 | 8572.7 |
| 5.0 | 5040.6 | -8.0 | 7042.9 | -21.0 | 8684.1 |
| 4.0 | 5205.2 | -9.0 | 7183.1 | -22.0 | 8792.8 |
| 3.0 | 5368.2 | -10.0 | 7321.2 | -23.0 | 8898.9 |
| 2.0 | 5529.6 | -11.0 | 7457.0 | -24.0 | 9002.3 |
| 1.0 | 5689.3 | -12.0 | 7590.6 | | |
| 0.0 | 5847.2 | -13.0 | 7721.9 | | |

Table 3. Data of the relation between θ and λ achieved from observations for the low-dispersion mode.

| 回折格子角度 [°] | 中心波長 [Å] |
|------------|----------|
| 26.513 | 7301.0 |
| 27.831 | 5847.7 |
| 28.237 | 5423.3 |
| 29.149 | 4363.8 |

となって、その結果回折格子の式は

$$\lambda = d\{\sin(18^\circ.068 - \theta) + \sin(48^\circ.068 - \theta)\} \quad (14)$$

に決まった。これは回折格子周期 d を使用する回折格子の数値に直すだけで、中分散で導出した式 (9) と概ね一致する。

低分散モードでは θ の定義域が狭く、且つ同時取得波長範囲が広い為、一次関数での代用で十分実用に耐える可能性が高い。式 (10) と同様の方程式を低分散に付いて求めると、

$$\lambda = 36777 - 1111.4 \cdot \theta \quad (15)$$

となる。この式に従って計算した場合、低分散モードでの観測例 (Table 3) との差は数十Å以内に収まり、これは同時取得波長範囲 2600Å に比べ十分小さく、低分散モードでは簡易方程式 (15) を使った推定で事足りる。

6. まとめ

なゆた望遠鏡の可視光分光器 MALLS に付いて、回折格子の原理に基づく方程式から、回折格子の角度 θ と取得波長範囲の中心波長 λ との関係を求めた。その結果、基礎方程式に多少の変形を加えるだけで、MALLS の仕様をある程度再現出来ることを確認し、MALLS 分光系用の回折格子の方程式を決定した。

中心に導入したいスペクトル成分の波長 λ に対し、MALLS 器械系で回折格子角度 θ を何度に設定すれば良いかは、式 (9) を変形して

$$\theta = 33^\circ.020 - \frac{180^\circ.00}{\pi} \arcsin \left(\frac{\lambda [\text{Å}]}{\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot d [\text{mm}]} \right) \quad (16)$$

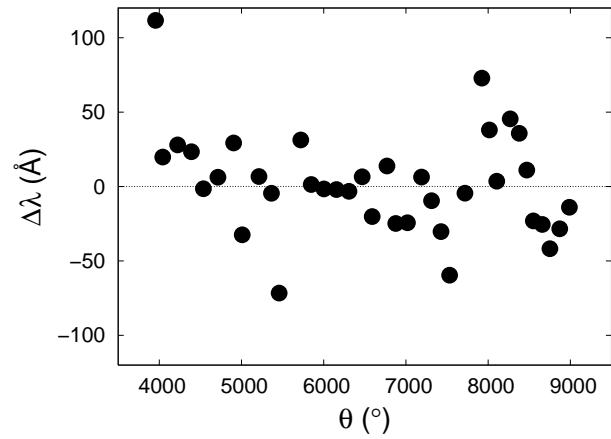


Fig. 3. Residuals of wavelengths between observed and calculated ones are plotted as the function of the wavelength λ .

で求めることが出来る。 d は分散に応じて中分散モードでは $d = 1/1800$ 、低分散モードでは $d = 1/300$ を選択すれば良い。また、低分散モードでは一次方程式で代用した

$$\theta = 33^{\circ}.092 - 8.9954 \times 10^{-4} \cdot \lambda [\text{\AA}] \quad (17)$$

も有効である。

《参考文献》

尾崎 忍夫 & 時政 典孝 2006, 兵庫県立西はりま天文台公園年報, 第 15 号, p.15.

The relations between the position angle of the gratings and available wavelength range of MALLS

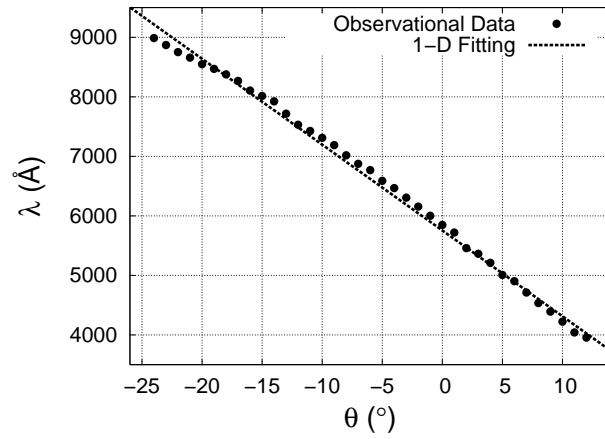


Fig. 4. Comparison between the measurements and the calculation (linear). Filled circles are the observational data and the dashed line is the calculated line.

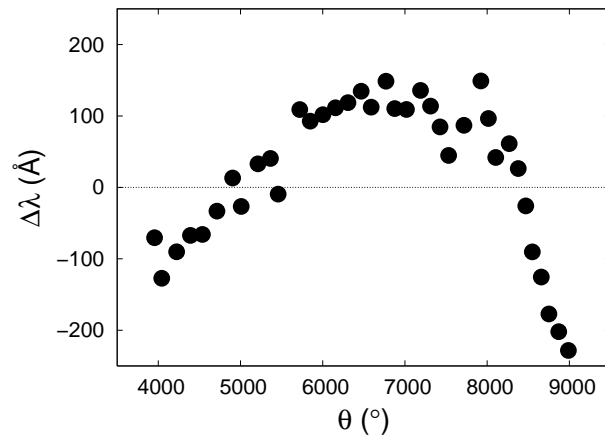


Fig. 5. Residuals of wavelengths between observed and linearly calculated ones are plotted as the function of the wavelength λ .